COLEGIO SAN RAFAEL I.E.D.
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE BOGOTÁ, D. C.

<table>
<tr><td>GUÍA</td><td colspan="3">Número 1 - 2024</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>ASIGNATURA</td><td colspan="3">CÁLCULO</td></tr>
<tr><td>GRADO</td><td colspan="3">Once JM y JT</td></tr>
<tr><td>PERIODO ACADÉMICO</td><td colspan="3">Primero</td></tr>
<tr><td rowspan="2">DOCENTES</td><td>Oscar Amaya JT</td><td colspan="3">Contacto a través de WhatsApp de lunes a viernes de 12:30pm a 6:30pm
3108512493</td></tr>
<tr><td>Clarena Aranda</td><td colspan="3">Correos electrónicos: caranda@educacionbogota.edu.co</td></tr>
<tr><td>DESEMPEÑO DEL PERIODO</td><td colspan="4">Establece y utiliza las TEORIA, CONCEPTOS Y PROPIEDADES DE CONJUNTOS para analizar el conjunto de los números reales en la solución de situaciones problema asociados a las matemáticas también para analizar la teoría y el cálculo de probabilidades.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">INDICACIONES GENERALES:</td><td rowspan="3">Esta guía contiene explicaciones, ejemplos y ejercicios que al desarrollarlos de manera autónoma y consciente le permitirán tener un proceso académico exitoso.</td><td colspan="3">CRONOGRAMA DE ENTREGA DE LAS ACTIVIDADES</td></tr>
<tr><td>CLARENA ARANDA</td><td colspan="2">OSCAR AMAYA</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>EVALUACIÓN Y VALORACIÓN:</td><td colspan="4">La evaluación tiene por finalidad brindarle al estudiante información que le permita mejorar su aprendizaje, así como estimular su persistencia y la confianza en su propia capacidad de superar las dificultades. Mediante ésta los estudiantes demuestran lo que saben hacer mediante la ejecución de actividades que les demandan poner en práctica sus competencias, es decir, su aprendizaje integral en cuanto a conocimientos, destrezas y actitudes. Además, tendremos la autoevaluación la cual permite Involucrar de manera activa a los estudiantes en los procesos de evaluación, implica compartir y discutir con ellos los objetivos de aprendizaje y los resultados esperados, y ayudarles para que, puedan reflexionar sobre sus experiencias, valorar sus fortalezas y necesidades sobre la base de la evidencia, así como planear cómo progresar de acuerdo con criterios acordados con el docente.</td></tr>
<tr><td colspan="5">CONTENIDOS
1. CONJUNTOS
2. TEORIA DE CONJUNTOS
3. NUMEROS REALES
4. INTERVALOS
5. ECUACIONES E INECUACIONES</td></tr>
</table>

1 Conjuntos

Saberes previos

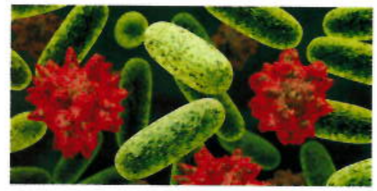
Repasa y haz una breve descripción de cómo se clasifican los seres vivos.

Analiza

Los científicos creen que hay alrededor de 10 millones de especies diferentes en la Tierra. Para hacer su trabajo más fácil, clasifican a los seres vivos en grupos y subgrupos cada vez más pequeños, basándose en las semejanzas y diferencias de los organismos.

- ¿Dentro de qué reino se clasifica a las bacterias?

Conoce



Estos seres vivos pertenecen al reino de las Bacterias que se caracterizan por ser un conjunto de organismos procariotas que no tienen el núcleo definido y habitan en casi todos los lugares del planeta en presencia o ausencia de oxígeno.

Un **conjunto** puede definirse como la agrupación de varios elementos que comparten características similares.

Para notar un conjunto se usan letras mayúsculas y para los elementos se suelen emplear letras minúsculas.

Ejemplo 1

Según su envoltura celular, las células procariotas se clasifican en bacteria Gam negativa, bacteria Gram positiva, arquea y micoplasma.

En un laboratorio se separó una célula de cada tipo, se les denominó a, b, c y d, respectivamente y se agruparon en un conjunto P. Para notar este conjunto, se puede escribir:

$$P = \{a, b, c, d\}$$

1.1 Clases de conjuntos

De acuerdo con la cantidad de elementos, un conjunto puede ser **vacío**, **finito** o **infinito**. Existe además un conjunto conocido como **referencial** o **universal** cuyos elementos son todos los objetos de estudio en un contexto dado.

Ejemplo 2

El conjunto B de todos los números pares que son impares es vacío, pues no existe un número que sea par e impar al mismo tiempo.

El conjunto C de todos los divisores de 20 es finito, pues sus elementos se pueden contar.

El conjunto D de todos los números impares es infinito, pues no existe un último número impar.

Para todos estos conjuntos, el conjunto universal o de referencia es el conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$.

Ejemplo 3

El conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$, el de los números enteros $\mathbb{Z}$, el de los números racionales $\mathbb{Q}$ y el de los números irracionales $\mathbb{I}$ son todos infinitos. En este caso, podría considerarse como conjunto de referencia el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$.

1.2 Representación gráfica de conjuntos

Los conjuntos se pueden representar gráficamente mediante curvas cerradas, conocidas con el nombre de **diagramas de Venn**.

Para interpretar un diagrama de Venn se debe tener en cuenta lo siguiente:

1. Los elementos que pertenecen al conjunto se representan con puntos interiores a la curva.
2. Los elementos que no pertenecen al conjunto se representan con puntos exteriores a la curva.
3. Ningún punto puede representarse sobre la curva.
4. El conjunto referencial se representa mediante un rectángulo para diferenciarlo de los otros diagramas.

Ejemplo 4

De la Figura 1.1 se deduce que los elementos 2, 4, 6, 7 y 8 pertenecen al conjunto B, el cual se escribe de la siguiente manera: $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$.

Los elementos 0, 1, 3, 5 y 9 no pertenecen al conjunto B.

Todos los números dentro del rectángulo conforman el conjunto referencial o universal U. En este caso, $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ es el conjunto de los números naturales entre 0 y 9 incluyendo al 0.

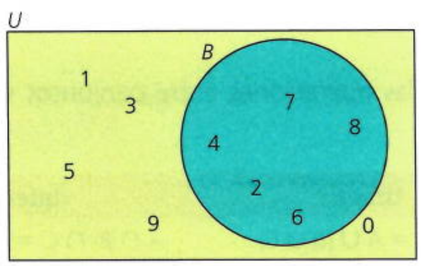


Figura 1.1

Ejemplo 5

El diagrama de Venn de la Figura 1.2 muestra el conjunto U de todos los estudiantes de undécimo grado de un colegio y, en el conjunto A, se representa a quienes estudiarán Administración de Empresas en la universidad.

De acuerdo con el esquema se pueden deducir algunos hechos:

- En el grado undécimo hay 16 estudiantes.
- Los estudiantes que se inscribirán en Administración de Empresas son: {Sebastián, Carolina, Manuela, Marcela, Ximena, Julio, Hernán}
- Los que están por fuera del conjunto A estudiarán una carrera distinta. En total nueve estudiantes se dedicarán a otras profesiones.
- Es imposible saber qué profesiones prefieren quienes no están en el conjunto A.

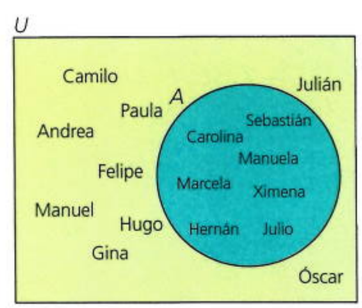


Figura 1.2

1.3 Operaciones entre conjuntos

Existen unas **operaciones básicas** que se pueden realizar con los conjuntos. Estas operaciones son la **unión**, la **intersección**, la **diferencia**, la **diferencia simétrica** y el **complemento**.

- La **unión** de dos conjuntos A y B es el conjunto al que pertenecen todos los elementos de A y B. Se representa $A \cup B$.
- La **intersección** de dos conjuntos A y B es el conjunto al que pertenecen todos los elementos comunes de A y B. Se nota $A \cap B$.
- La **diferencia** entre A y B, notada como $A - B$, es el conjunto al que pertenecen todos los elementos de A que no pertenecen a B.
- La **diferencia simétrica** de dos conjuntos A y B es el conjunto $A \triangle B$ cuyos elementos pertenecen ya sea a A o a B, pero no a ambos a la vez.
- El **complemento** de un conjunto A es el conjunto A^c que contiene todos los elementos (respecto de algún conjunto referencial) que no pertenecen a A.

Ejemplo 6

Dado el diagrama de Venn de la Figura 1.3, se tiene:

- $A \cup R = \{3, 5, 7, 9, 25, 33\}$
- $A \cap C = \{3, 7\}$
- $R - C = \{9, 33\}$
- $C - R = \{3, 21\}$
- $R \triangle C = \{3, 9, 21, 33\}$
- $A^c = \{5, 17, 21, 33\}$

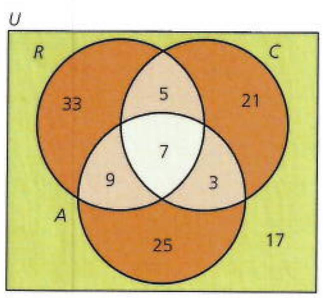


Figura 1.3

Algunas propiedades de las operaciones entre conjuntos se muestran en la Tabla 1.1.

Propiedad	Unión	Intersección
Asociativa	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Conmutativa	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Absorción	$A \cup (B \cap A) = A$	$A \cap (B \cup A) = A$
Distributiva	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Tabla 1.1

Ejemplo 7

Considera la Figura 1.3 y verifica que la propiedad distributiva se cumple para los conjuntos A, C y R. En el diagrama de Venn se observa que $A = \{3, 7, 9, 25\}$, $C = \{3, 5, 7, 21\}$ y $R = \{5, 7, 9, 33\}$

Se debe verificar que $A \cup (C \cap R) = (A \cup C) \cap (A \cup R)$

Al desarrollar el lado izquierdo de la igualdad, se tiene que:

$A \cup (C \cap R) = \{3, 7, 9, 25\} \cup \{5, 7\} = \{3, 5, 7, 9, 25\}$

Al lado derecho de la igualdad se tiene que:

$(A \cup C) \cap (A \cup R) = \{3, 5, 7, 9, 21, 25\} \cap \{3, 5, 7, 9, 25, 33\} = \{3, 5, 7, 9, 25\}$

De esa forma, $A \cup (C \cap R) = (A \cup C) \cap (A \cup R)$.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Observa el diagrama de Venn de la Figura 1.4.

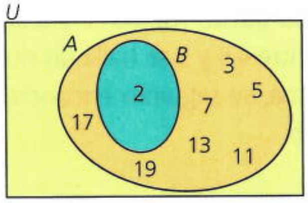


Figura 1.4

a. Escribe los elementos del conjunto A. ¿Qué tipo de números pertenecen a tal conjunto?

b. ¿Qué clase de conjunto es B?

c. ¿Existe $A \cap B$? Si es así, indica cuáles son sus elementos; si no existe, explica las razones.

d. Halla $A \cup B$ y $B \cup A$, y escribe una conclusión.

e. Halla $A \cap B$ y $B \cap A$, y escribe una conclusión.

f. Halla $A - B$ y $B - A$, y escribe una conclusión.

g. ¿Cuál es el complemento de U?

h. ¿Cómo son $A \triangle B$ y $B \triangle A$? Explica.

Comunicación

2 Construye y representa un diagrama de Venn con tres conjuntos A, B y C. Luego, verifica que se satisfagan cada una de las siguientes propiedades.

a. $A - B = A \cap B^c$

b. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

c. $A \cup \varnothing = A$

d. $A \cap U = A$

e. $A \cup U = U$

f. $A \cap \varnothing = \varnothing$

g. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

h. $A \cup A^c = U$

Resolución de problemas

3 De 40 estudiantes de undécimo grado, 14 toman clases de piano y 29 clases de violín.

a. Si cinco estudiantes toman ambas clases, ¿cuántos estudiantes no asisten a ninguna de las dos?

b. ¿Cuántos estudiantes toman clase de piano o de violín?

c. ¿Cuántos estudiantes toman únicamente clase de violín?

4 Encuentra el número de elementos de la unión de los dos conjuntos finitos A y B, teniendo en cuenta que $A - B$ tiene 20 elementos, $B - A$ tiene 28 y la intersección de estos conjuntos tiene 36.

5 En un grupo de 60 personas, 27 toman bebidas frías y 42 toman bebidas calientes, y a cada persona le gusta al menos alguno de esos tipos de bebida. ¿A cuántos les gustan ambos tipos de bebida?

6 En un grupo de 100 personas, 72 hablan inglés y 43 hablan francés.

a. Representa los datos en un diagrama de Venn.

b. ¿Cuántos hablan inglés solamente?

c. ¿Cuántos hablan solamente francés?

d. ¿Cuántos hablan ambos idiomas?

Evaluación del aprendizaje

Cada uno de los 40 estudiantes de un curso practica al menos uno de estos deportes: fútbol, baloncesto o voleibol. Se sabe que 18 juegan fútbol, 20 practican baloncesto, 27 juegan voleibol, 7 prefieren fútbol y baloncesto, 12 juegan baloncesto y voleibol y 4, los tres deportes.

a. Dibuja un diagrama de Venn para interpretar el enunciado. Llama F al conjunto de los estudiantes que juegan fútbol, V al de quienes juegan voleibol y B a quienes practican baloncesto.

b. De acuerdo con el diagrama, ¿cuántos estudiantes practican fútbol y voleibol?, ¿cuántos juegan fútbol y voleibol pero no baloncesto?

Estilos de vida saludable

Dependiendo de su origen, los alimentos pueden ser de origen animal o de origen vegetal. El agua y la sal son alimentos de origen mineral. Basándose en la función nutritiva principal que desempeñan en el organismo se diferencian en energéticos, constructores y protectores.

- ¿Por qué crees que es importante para la salud combinar distintos tipos de alimentos?

3 Desigualdades

Saberes previos

¿Qué significa cada una de las siguientes palabras o expresiones: "a lo sumo", "al menos", "máximo", "como mínimo" y "a lo más"?

Analiza

Se debe determinar el peso de un camión antes de que atraviese un puente. El peso máximo permitido en el puente es de 32 toneladas. Si la cabina del camión pesa 10 toneladas y la parte trasera pesa 6 toneladas cuando está vacía, ¿cuál es la carga que puede llevar el camión para que se le permita pasar el puente?

Conoce

Según las condiciones del problema, la suma de los pesos de la cabina, de la parte trasera y de la carga debe ser menor o igual que el peso permitido para atravesar el puente.

Si se llama c al peso de la carga,

$10 + 6 + c$ debe ser menor o igual que 32.

Es decir, $16 + c$ deber ser menor o igual que 32.

Luego, c debe ser menor o igual que 16: $32 - 16 = 16$.

Así, la carga del camión debe ser de máximo 16 toneladas.

Una **desigualdad** es una relación de orden que se da entre dos cantidades cuando estas son distintas.

Ejemplo 1

Dos números reales a y b, se pueden comparar como se muestra en la Tabla 1.2.

Notación	Ejemplos
$a < b$ significa que a es menor que b.	$3 < 5$ $-6 < -4$ $-7 < 5$ $0 < 5$
$a > b$ significa que a es mayor que b.	$9 > 3$ $-5 > -6$ $7 > -5$ $0 > -4$
$a \leq b$ significa que a es menor o igual que b.	$7 \leq 7$ $-5 \leq -1$ $-5 \leq 4$ $0 \leq 6$
$a \geq b$ significa que a es mayor o igual que b.	$8 \geq 7$ $-8 \geq -9$ $6 \geq 6$ $0 \geq -4$
La notación $a \neq b$ significa que a no es igual a b.	$5 \neq 3$

Tabla 1.2

Las desigualdades satisfacen las siguientes propiedades. En cada una se usan los símbolos $<$ y $>$ pero también se cumplen para los símbolos $\leq$ y $\geq$, respectivamente.

Transitividad

Para números reales arbitrarios a, b y c se cumple que:

- si $a > b$ y $b > c$, entonces $a > c$.
- si $a > b$ y $b = c$, entonces $a > c$.
- si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- si $a < b$ y $b = c$, entonces $a < c$.

Adición y sustracción

- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$ y $a - c < b - c$.
- Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$ y $a - c > b - c$.

Multiplicación y división

Para números reales arbitrarios a y b, y c diferente de 0, se cumple que:

- si c es positivo y $a < b$, entonces $ac < bc$ y $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
- si c es negativo y $a < b$, entonces $ac > bc$ y $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

Opuesto

- Si $a < b$ entonces $-a > -b$.
- Si $a > b$ entonces $-a < -b$.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Toma dos números reales a y b distintos de 0, ambos positivos o negativos a la vez y verifica que:

a. si $a < b$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

b. si $a > b$, entonces $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Ahora toma dos números de distinto signo y verifica que:

c. si $a < b$, entonces $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

d. si $a > b$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

2 Escribe dos ejemplos para cada una de las propiedades de las desigualdades: transitividad, adición, sustracción, multiplicación, división y opuesto.

Razonamiento

3 Usa desigualdades para representar las siguientes expresiones.

a. Todos los números reales mayores o iguales que el opuesto de 10.

b. Todos los números reales menores que 5.

c. Todos los números reales mayores o iguales que -1 y menores que 15.

4 Determina entre qué par de números está cada expresión si x es un número mayor que 5 pero menor que 10.

a. $3x + 5$ b. $-2x + 2$ c. $5x + 3$

Resolución de problemas

5 Escribe una desigualdad para interpretar esta pregunta: ¿Qué número tiene que multiplicarse por 17 y al producto sumarle 34 para obtener como mínimo 68?

¿Existe una única solución para este problema? Si la respuesta es afirmativa, indica cuál es; si la respuesta es no, explica la razón.

6 Mike Powell tiene el récord mundial de salto largo con 8,95 m, el cual logró en el Mundial de Atletismo de Tokio, en 1991. El anterior récord mundial lo tenía Bob Beamon, con 8,9 m. ¿Cuáles distancias puede lograr un atleta que no supere el actual récord mundial y sea mayor o igual que el anterior?

7 Durante cierto período, la temperatura en grados Celsius (C) de una ciudad varió entre 25° y 30°. ¿En grados Fahrenheit entre qué valores varió la temperatura? Ten en cuenta que la temperatura en grados Celsius y en grados Fahrenheit se relaciona mediante la expresión $F = 1{,}8C + 32$.

8 Para determinar el coeficiente intelectual de una persona se usa la fórmula: $I = 100\frac{M}{C}$ donde I es el coeficiente intelectual, M es la edad mental (determinada mediante un test) y C es la edad cronológica.

Encuentra una desigualdad que muestre entre qué valores está la edad mental de un grupo de niños de 11 años, teniendo en cuenta que la variación de I está dada por $80 < I < 140$.

Evaluación del aprendizaje

Califica cada afirmación como verdadera o falsa. En cada caso a y b son números reales.

a. Si $a < b$ entonces $a - b < 0$.

b. Si $a < 0$ entonces a es negativo.

c. La desigualdad $a < b$ indica que a puede ser b o cualquier número menor que b.

d. Si a es un número real negativo y b es un real positivo, $a < b$.

e. Para todo número real no negativo $a - a < 0$.

f. Si $a < b$ entonces $a^2 < b^2$.

g. Si $a < 0$ entonces $a^2 < 0$.

h. Si $a = 0$, $a^2 = 0$.

Educación ambiental

La bacteria A. *ferrooxidans* crece en lugares con pH entre 1,5 y 2,5, y se alimenta de metales tóxicos, por lo que es importante en el proceso de limpieza de aguas contaminadas.

- Escribe la desigualdad que indica el pH en el que vive la bacteria.

4 Intervalos y entornos

Saberes previos

¿Cuántos números haya entre -5 y 5? ¿Qué desigualdad representa a esos números?

Analiza

Aquiles quiere alcanzar una tortuga que corre 10 veces más lento que él. ¿Podrá lograrlo?

Conoce

4.1 Intervalos

En la llamada Paradoja de Aquiles y la tortuga, se cuenta que Aquiles, un veloz corredor, decide competir en una carrera contra una tortuga. Convencido de su triunfo, Aquiles –ubicado en un punto A– le da una ventaja inicial al animal –ubicado en un punto B.

En poco tiempo, Aquiles llega al punto B, pero en ese momento se da cuenta de que la tortuga ya no está ahí, sino que ha avanzado un poco, hacia un punto C.

Cuando el corredor llega al punto C, la tortuga habrá nuevamente avanzado una pequeñísima longitud hasta un punto D, y así sucesivamente, infinitas veces.

Se conoce como **intervalo** al conjunto de números reales que va de un número a otro o que están comprendidos entre otros dos dados: a y b, o **extremos del intervalo.**

La clasificación de los intervalos aparece en la Tabla 1.3. En cada caso a y b son números reales. La tabla 1.4 muestra el nombre de cada uno de estos intervalos.

Determinación por conjuntos	Notación de intervalos	Representación gráfica	Interpretación
$\{x/a < x < b\}$	(a, b)	a b	Todos los números entre a y b.
$\{x/a < x \leq b\}$	$(a, b]$	a b	Todos los números entre a y b, incluyendo b.
$\{x/a \leq x < b\}$	$[a, b)$	a b	Todos los números entre a y b, incluyendo a.
$\{x/a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	a b	Todos los números entre a y b, incluyendo a y b.
$\{x/x > a\}$	$(a, +\infty)$	a	Todos los números mayores que a.
$\{x/x \geq a\}$	$[a, +\infty)$	a	Todos los números mayores o iguales que a.
$\{x/x < b\}$	$(-\infty, b)$	b	Todos los números menores que b.
$\{x/x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	b	Todos los números menores o iguales que b.
$\mathbb{R}$	$(-\infty, +\infty)$		Todos los números reales.

Tabla 1.3

Nombre del intervalo	Notación de intervalos
Abierto	(a, b)
Abierto a la izquierda y cerrado a la derecha	$(a, b]$
Cerrado a la izquierda y abierto a la derecha	$[a, b)$
Cerrado	$[a, b]$
Infinito abierto a la izquierda	$(a, +\infty)$
Infinito cerrado a la izquierda	$[a, +\infty)$
Infinito abierto a la derecha	$(-\infty, b)$
Infinito cerrado a la derecha	$(-\infty, b]$
Infinito	$(-\infty, +\infty)$

Tabla 1.4

Ejemplo 1

Para representar un intervalo sobre la recta numérica, debe interpretarse a cuál subconjunto de la recta real corresponde. Así, $\{x/\ 2 < x \leq 5\}$ corresponde al intervalo $(2, 5]$, cuya representación se muestra en la Figura 1.11.

Figura 1.11

Ejemplo 2

Para participar en una prueba atlética, los competidores deben tener edades desde los 14 hasta los 18 años. Todos los jóvenes cuya edad se encuentre en ese intervalo pueden participar.

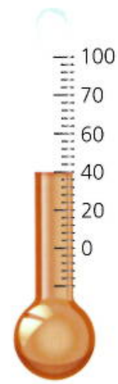
Figura 1.12

En este caso las edades pertenecen al intervalo cerrado $[14, 18]$.

Ejemplo 3

Se conoce como intervalo fundamental de temperatura, al comprendido entre la temperatura de fusión del hielo y la del vapor de agua hirviendo a la presión de 760 mm de mercurio; estas temperaturas constituyen los puntos fijos. En la escala Celsius esas temperaturas son 0° C y 100° C, respectivamente.

Así, el intervalo fundamental en esa escala es el intervalo $(0, 100)$.



Ejemplo 4

Sean $A = [-3, 4]$ y $B = [-1, 7]$ se pueden efectuar todas las operaciones establecidas para los conjuntos. En la Figura 1.13 se representan los intervalos A y B; luego se realizan algunas operaciones con ellos.

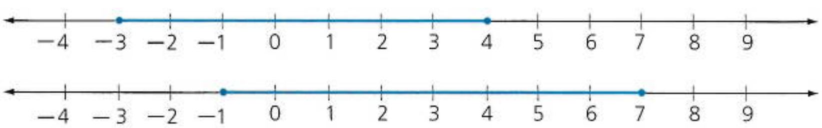


Figura 1.13

$A \cap B = [-1, 4]$ $\quad A \cup B = [-3, 7]$ $\quad A - B = [-3, -1)$

$B - A = (4, 7]$ $\quad A^c = (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$ $\quad B^c = (-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

4.2 Entornos

Se llama **entorno abierto** de centro a y radio r, y se denota por $E(a, r)$, al intervalo abierto $(a - r, a + r)$. Así, $E(a, r) = (a - r, a + r)$.

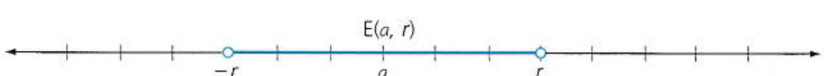


Figura 1.14

Ejemplo 5

Para representar el entorno $E(3, 4)$, se hallan los dos extremos del intervalo a partir del centro del entorno, así: $3 - 4 = -1$ y $3 + 4 = 7$.
Por tanto, $E(3, 4) = (-1, 7)$, como muestra la Figura 1.15.

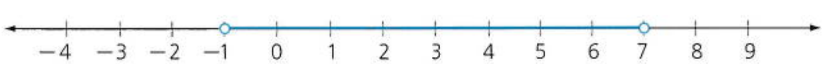


Figura 1.15

4 Intervalos y entornos

Se llama **entorno cerrado** de centro a y radio r, y se denota por $E[a, r]$, al intervalo cerrado $[a - r, a + r]$. Así, $E[a, r] = [a - r, a + r]$.

Ejemplo 6

La Figura 1.16 muestra el entorno $E\left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$.

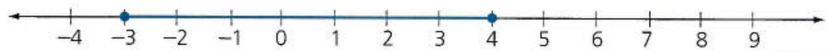


Figura 1.16

Un **entorno reducido** alrededor de a y radio r es un intervalo abierto al que no pertenece a: $Er^*(a, r) = \{x$ pertenece al intervalo $(a - r, a + r), x \neq a\}$.

Ejemplo 7

El entorno reducido $Er^*(3, 4)$ solamente tiene un punto menos que el entorno abierto $E(3, 4)$ como se observa en la Figura 1.17.

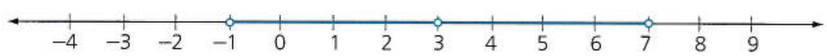


Figura 1.17

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Escribe cada una de las siguientes desigualdades en su notación de intervalo.

a. $4 \leq x < 9$ b. $4 \geq x > -3$ c. $x < 6$

d. $x > -9$ e. $x < 0$ f. $x > 6$

2 Determina cada representación de la Figura 1.18 como conjunto y escribe su notación como intervalo.

a.
b.
c.

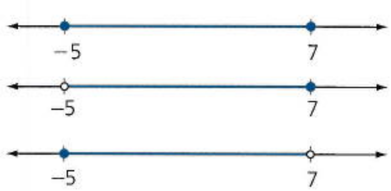


Figura 1.18

3 Representa cada conjunto en la recta real.

a. $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$ b. $(-\infty, 3] \cap [1, +\infty)$

4 Escribe con notación de intervalos la representación de la Figura 1.19.

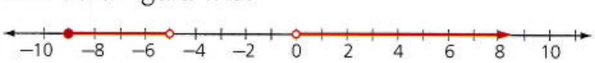


Figura 1.19

5 Determina la unión, la intersección y la diferencia simétrica para cada una de las parejas de intervalos.

a. $A = [2, 5]$ y $B = [-1, 3)$

b. $A = (2, 5)$ y $B = (-1, 3)$

c. $A = [2, 5)$ y $B = [-1, 3]$

d. $A = (2, 5]$ y $B = (-1, 3]$

Comunicación

6 El intervalo $\left(-\frac{5}{2}, 3\right]$ representado en la Figura 1.20 corresponde al resultado de alguna de las operaciones que se presentan abajo. Decide cuál y explica tu elección.

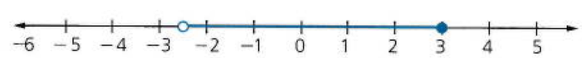


Figura 1.20

a. La intersección de $(-\infty, 3]$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

b. La unión de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

c. La intersección de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

7 Representa en la recta real de la Figura 1.21 la intersección de los intervalos [1, 5] y (2, 6). Escribe el intervalo que obtuviste e interprétalo mediante una desigualdad.

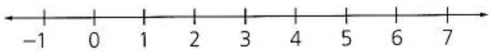


Figura 1.21

8 Escribe cinco números que se encuentren en cada una de las siguientes intersecciones.

a. $(0, 1) \cap \mathbb{Q}$ b. $\left(\sqrt{2}, +\infty\right) \cap \mathbb{I}$

c. $(0, 1) \cap \mathbb{Z}$ d. $\left(\sqrt{2}, +\infty\right) \cap \mathbb{N}$

Razonamiento

9 Califica como verdadera o falsa cada afirmación.

a. Los intervalos $[a, b]$ y (a, b) son iguales.

b. El conjunto de los números reales se puede representar como un intervalo abierto.

c. $[a, b] \cap (a, b) = (a, b)$

d. $[a, b] - (a, b) = \varnothing$

10 Analiza qué se obtiene en cada una de las siguientes intersecciones:

a. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{Z}$ b. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{Q}$

c. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{I}$ d. $(-\infty, +\infty) \cap \varnothing$

11 Escribe dos intervalos que cumplan la condición que se enuncia en cada caso.

a. Su intersección es vacía.

b. Su intersección es un único punto.

c. Su unión es el conjunto de todos los números reales.

d. Su diferencia simétrica es vacía.

e. Su complemento es $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$.

f. Su intersección es uno de los dos intervalos.

12 Halla dos entornos que cumplan las condiciones que se mencionan en cada caso:

a. Abiertos y cuya intersección sea vacía.

b. Cerrados y cuya unión sea el entorno [0, 3].

c. Reducidos con el mismo centro, pero uno con un radio que sea el doble que el del otro.

13 Observa la Figura 1.22.

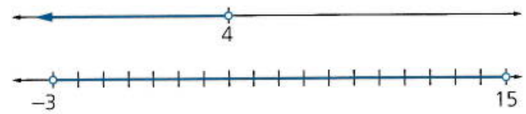


Figura 1.22

a. Escribe en notación de intervalo cada representación.

b. Escribe una operación entre los intervalos de la figura de modo que el resultado sea $(-3, 4)$.

c. Determina la intersección de los complementos de los intervalos representados.

Resolución de problemas

14 El intervalo *QT* es la medida del tiempo entre el comienzo de una onda y el final de otra en un electrocardiograma (ECG). El valor normal del intervalo *QT* está entre 0,30 y 0,44 segundos.

a. Escribe en notación de intervalo los valores de un *QT* normal.

b. ¿Cuánto tiempo dura la onda de un *QT* normal?

Evaluación del aprendizaje

i Observa la representación de la Figura 1.23 y realiza lo que se indica en cada caso.

Figura 1.23

a. Nombra como conjuntos los intervalos de la figura.

b. Escribe cada conjunto en notación de intervalo.

c. Clasifica cada uno de los intervalos que nombraste en el literal a.

d. Interpreta mediante desigualdades cada uno de los intervalos que determinaste.

e. Escribe una operación cuyo resultado sean los puntos de la gráfica que tienen doble rayado.

ii Analiza y responde la pregunta en cada enunciado.

a. Si el centro de un entorno abierto es 3 y su radio es 0, ¿cuántos puntos tiene ese entorno? Explica tu respuesta.

b. Si el centro de un entorno reducido es 3 y su radio es 0, ¿cuántos puntos tiene ese entorno? Explica tu respuesta.

5 Inecuaciones y valor absoluto

Saberes previos

¿Cuáles números sobre la recta numérica están a 7 unidades del número 8?

Analiza

Una persona que toma un taxi debe pagar $ 2 000 por el arranque de la carrera y $ 0,8 por cada metro recorrido.

- Si la persona tiene $ 12 000, escribe la expresión que muestre cuántos metros puede avanzar como máximo en su recorrido, con ese dinero.

Conoce

Por el hecho de subirse al taxi, la persona debe pagar $ 2 000, y si se llama x a la cantidad máxima de metros que puede avanzar con el dinero que tiene, entonces la expresión buscada es $2\,000 + 0{,}8x \leq 12\,000$. Esta expresión es una desigualdad que contiene una incógnita y recibe el nombre de **inecuación lineal**.

5.1 Inecuaciones lineales

Una desigualdad que tiene por lo menos una incógnita con exponente 1 recibe el nombre de **inecuación lineal.**

Cuando se plantea una inecuación lineal puede ocurrir que uno, ninguno o varios valores satisfacen la desigualdad. Encontrar dichos valores consiste en resolver la inecuación y para ello, se aplican las propiedades de las desigualdades y los procesos algebraicos empleados en el despeje de ecuaciones.

Ejemplo 1

Para saber cuántos metros puede avanzar como máximo la persona de la situación inicial, se debe resolver la inecuación $2\,000 + 0{,}8x \leq 12\,000$ así:

$2\,000 - 2\,000 + 0{,}8x \leq 12\,000 - 2\,000$ ← Se resta 2 000 a ambos lados de la inecuación.

$0{,}8x \leq 10\,000$ ← Se reducen términos semejantes.

$x \leq 12\,500$ ← Se dividen ambos lados de la inecuación entre 0,8.

Por tanto, la persona puede avanzar máximo 12 500 m, que son 12,5 km, con el dinero que tiene. La solución se puede escribir $(-\infty; 12{,}5]$; en este problema, no tiene sentido hablar de distancias negativas, así que la solución real es $[0; 12{,}5]$.

5.2 Inecuaciones cuadráticas

Una **inecuación cuadrática** es de la forma: $ax^2 + bx + c < 0$, u otra expresión de la forma anterior, que incluya alguno de los otros símbolos de desigualdad.

Ejemplo 2

Para resolver la inecuación $x^2 - x - 20 > 0$, se aplican los siguientes pasos:

1. Se iguala el polinomio cuadrático $x^2 - x - 20$ a cero y se obtienen las raíces de la ecuación de segundo grado usando la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-20)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

2. Se representan esos valores en la recta real, se toma un punto de cada uno de los tres intervalos en los que queda dividida la recta y se evalúa el polinomio $x^2 - x - 20$ con estos. La solución S está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que definen los resultados de la evaluación que satisfacen la desigualdad. En este caso, la solución es: $S = (-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$.

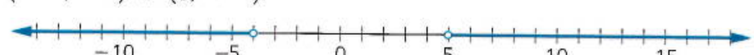


Figura 1.24

5.3 Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número real representa la distancia que hay de ese número a cero. El valor absoluto de a, se denota $|a|$.

Ejemplo 3

La distancia de -4 y de 4 a cero es la misma, así que $|-4| = |4| = 4$, como se observa en la Figura 1.25.

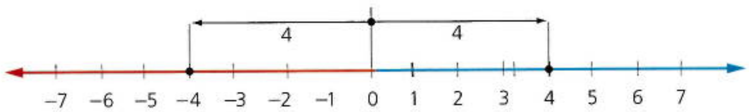


Figura 1.25

5.4 Propiedades del valor absoluto

El valor absoluto cumple las siguientes **propiedades** para a y b números reales.

1. $|a| \geq 0$ **2.** $|a| = 0$ si y solo si $a = 0$ **3.** $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

4. $|a + b| \leq |a| + |b|$ **5.** $|-a| = |a|$ **6.** $|a - b| = 0$ si y solo si $a = b$

7. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ si $b \neq 0$ **8.** $|x|^2 = x^2$

9. Para k, un número real positivo, $|x| < k$ si y solo si $-k < x < k$.

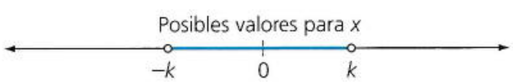


Figura 1.26

10. Para k, un número real positivo, $|x| > k$ si y solo si $x > k$ o $x < -k$.

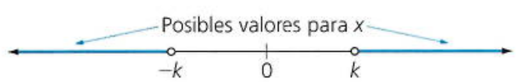


Figura 1.27

Ejemplo 4

Si $a = -4$ y $b = 6$, se verifican las siguientes propiedades:

3. $|(-4) \cdot (6)| = |-4| \cdot |6| = 4 \cdot 6 = 24$

4. $|-4 + 6| < |-4| + |6|$ ya que $2 < 4 + 6$

5. $|-4| = |4|$ y $|-6| = |6|$

7. $\left|\frac{-4}{6}\right| = \frac{|-4|}{|6|} = \frac{4}{6}$

8. $|-4|^2 = 4^2$ y $|6|^2 = 6^2$

Ejemplo 5

Existen inecuaciones con valor absoluto como $|x - 4| > 12$ y para saber cuáles valores de x la satisfacen se aplica la propiedad 10, ya que $12 > 0$. Con dicha propiedad se obtiene que $x - 4 > 12$ o $x - 4 < -12$. De donde $x > 16$ o $x < -8$.

5.5 Inecuaciones con valor absoluto

Para resolver una **inecuación con valor absoluto**, se deben aplicar las propiedades del valor absoluto, de manera conveniente.

Ejemplo 6

La inecuación $|x-3|<4$ se resuelve al aplicar la propiedad 9 del valor absoluto, ya que $4>0$. Con base en ella, $-4<x-3<4$ y para resolverla se adiciona 3 a cada miembro de la inecuación:

$-4+3<x-3+3<4+3$, de lo cual $-1<x<7$.

Así, la solución de la inecuación $|x-3|<4$ es el intervalo abierto $(-1, 7)$.

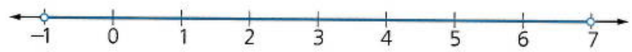


Figura 1.28

Si se toma el punto $x=8$, que no está en el intervalo de la solución, se tiene $|8-3|=5$ que no es menor que 4, mientras que para $x=0$ se cumple que $|0-3|<4$, por hacer parte de la solución, como se ve en la Figura 1.28.

Con base en lo anterior, si se toma cualquier valor en el intervalo solución, la inecuación se cumple mientras que para un valor fuera de este, no se satisface.

Ejemplo 7

Para resolver la inecuación $|3x+5|>8$ se aplica la propiedad 10 del valor absoluto, en cuanto que $8>0$.

De ello se tiene que: $3x+5>8$ o $3x+5<-8$.

Al resolver la primera inecuación la solución es $x>1$, es decir, cualquier valor en el intervalo $(1, +\infty)$; en tanto que la solución de $3x+5<-8$ es $x<-\frac{13}{3}$ o sea el intervalo $\left(-\infty, -\frac{13}{3}\right)$.

Con esto, la solución de la inecuación $|3x+5|>8$ es

$S=\left(-\infty, -\frac{13}{3}\right) \cup (1, +\infty)$.

La "o" que se usa en la propiedad 10, indica la unión de dos conjuntos.

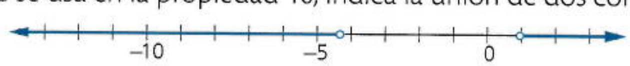


Figura 1.29

Ejemplo 8

La solución de la inecuación $|3x+5|\geq 8$ incluye los valores extremos que no fueron incluidos en la inecuación del Ejemplo 7.

Así, la solución de $|3x+5|\geq 8$ es el conjunto $S=\left(-\infty, -\frac{13}{3}\right] \cup [1, +\infty)$, ya que los valores extremos satisfacen la inecuación.

Figura 1.30

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Resuelve cada inecuación lineal. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $3x < 8$ b. $9x + 3 > 12$

c. $4x - 2 < -2$ d. $-6x > 12$

e. $-4x - 6 > -5$ f. $2x + 8 > 10$

2 Resuelve cada inecuación cuadrática. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ b. $x^2 - 2x + 1 < 0$

c. $x^2 - 6x + 8 > 0$ d. $x^2 + 4x + 3 \leq 0$

e. $x^2 - 8x + 7 < 0$ f. $6x^2 - 3x - 3 > 0$

3 Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto. Escribe la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $|-3x + 4| < -1$ b. $|-x + 5| > -2$

c. $\left|\dfrac{x^2 - 1}{2}\right| \geqslant 1$ d. $-\left|-\dfrac{6}{5}x - 1\right| \leqslant 2$

4 Resuelve las inecuaciones realizando el procedimiento descrito: Primero, se hallan las raíces del numerador y del denominador. Luego, se representan estos valores en la recta real y se continúa el proceso como en las inecuaciones cuadráticas, evaluando las raíces en la expresión del lado izquierdo de cada inecuación.

a. $\dfrac{3x + 1}{4x - 2} < 0$ b. $\dfrac{3x + 1}{4x - 2} \geq 0$

c. $\dfrac{x^2 + 1}{x^2 + 2} \geq 0$ d. $\dfrac{|4x + 5|}{x - 3} < 0$

Resolución de problemas

5 Interpreta y resuelve la inecuación que resulta de cada enunciado. Luego expresa la solución como un intervalo.

a. Tres veces un número x, restado de 18 es menor que -90.

b. Doce veces un número x restado de 34 es mayor que 8.

6 El cabello de Helena mide 4 cm de largo y crece a razón de 1,5 cm por mes. Helena quiere que su cabello crezca al menos 7 cm. ¿Cuántos meses debe esperar para que eso ocurra?

7 Una banda musical realizó una gira por tres ciudades, y logró reunir al menos 120 000 espectadores. En la primera ciudad la banda tuvo una audiencia de 45 000 y de 33 000 en la segunda. ¿Cuántas personas asistieron al concierto en la tercera ciudad?

Evaluación del aprendizaje

i Halla el conjunto solución de cada inecuación.

a. $x - 3 < 8$ b. $3x + 5 \geqslant 11$

c. $3x^2 - 2x - 8 \leq 0$ d. $4x^2 + 7x - 2 < 0$

e. $|6x + 9| > 15$ f. $|3x| > 21$

ii Una camioneta pesa 890 kg. La diferencia entre el peso de la camioneta vacía y el peso de la carga que transporta debe ser por lo menos de 410 kg. Si la camioneta debe cargar cuatro cajas iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada una para que las pueda transportar?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

De las personas que hacen pública su orientación sexual diversa, el 80% han percibido el rechazo de su entorno social y por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas.

- ¿Qué significa la expresión "por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas?

Practica más

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Conjuntos

Comunicación

1. Observa el siguiente conjunto:

$$G = \{x / -7 \leq x < 3\}$$

Luego, determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a. $G = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

b. $G = \{-7, 3\}$

c. $7 \in G$

d. $3 \notin G$

2. Determina las operaciones a partir de los siguientes conjuntos:

$K = \{x / 2x \leq 20\}$ $\quad$ $G = \{x / 3x < 18\}$

$P = \{$números primos menores que 15$\}$

a. $(K \cup P) \cap G$

b. $P - G$

c. $(P \cap G) \cap K$

d. $(K \Delta G) \cup P$

Resolución de problemas

3. En una excursión de 100 personas, 38 visitaron una cueva, 24 navegaron por el río y 44 practicaron deportes extremos. Doce personas fueron al río y a la cueva, 20 estuvieron en la cueva y practicaron algún deporte extremo, 13 navegaron por el río y practicaron algún deporte extremo y 9 participaron en las tres actividades. ¿Cuántas personas fueron únicamente al río?

Números reales

Comunicación

4. Representa en la recta real los siguientes números:

$$-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, \frac{\pi}{2}, 3^{\frac{1}{2}}$$

5. Resuelve las siguientes operaciones y escribe el resultado redondeándolo hasta las centésimas.

a. $3\left(\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)+\left(3\sqrt{3}+2\sqrt{3}\right)$

b. $\left(2\sqrt{2}\right) \div \left(2\sqrt{3}\right)$

c. $3\pi\left(\dfrac{2}{5\pi}\right)$

Ejercitación

6. Halla el perímetro de las regiones de las Figuras 1.31 y 1.32.

a.

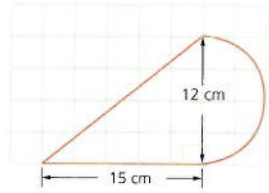


Figura 1.31

b.

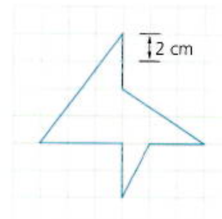


Figura 1.32

Desigualdades e inecuaciones

Ejercitación

7. Determina la desigualdad que se obtiene en cada caso. Dado que $12 > -5$:

a. adiciona -15 a ambos lados de la desigualdad.

b. multiplica por -3 a ambos lados de la desigualdad.

c. divide por $\frac{1}{4}$ a ambos lados de la desigualdad.

8. Halla tres números que hagan verdadera a cada inecuación.

a. $3 \leq b + 7$

b. $-x + 5 < 3$

c. $a + 3 \geq b - 12$

d. $5b + 1 < -5$

Resolución de problemas

9. Se tienen dos astas de madera, la más larga mide 3 dm más que el doble de la más corta, que no excede los 20 dm. La medida de la tercera parte de la más larga menos la mitad de la más corta es mayor que 2 dm.

a. Plantea la inecuación que representa la situación.

b. ¿Cuál es el valor mínimo que puede medir el asta más corta?

c. ¿Cuál es el valor máximo?

Resolución de **problemas**

Estrategia: Descomponer el problema en partes

Problema

En un grupo de 40 estudiantes se encontró que 21 prefieren el helado con sabor a vainilla; 17, el de fresa; 19, el de mora; 8 prefieren combinar vainilla y fresa; 9, vainilla y mora, y 7, fresa y mora. Si cinco combinan los tres sabores, ¿cuántos estudiantes no prefiere ninguno de estos sabores?

1. Comprende el problema

- ¿Qué información puedes obtener del enunciado?
  R: El número de personas que prefieren uno, dos o tres sabores de helado.
- ¿Qué te piden encontrar?
  R: El número de personas que no prefieren ningún sabor.

2. Crea un plan

- Organiza la información en un diagrama de Venn.

3. Ejecuta el plan

- Denomina V al conjunto de los que prefieren el sabor a vainilla, F al de quienes prefieren fresa y M al de los que prefieren mora.
- Cinco prefieren los tres sabores; por tanto, se ubica el número 5 en la intersección de los tres conjuntos.

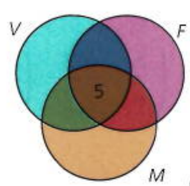


Figura 1.33

- Como siete prefieren fresa y mora y ya hay cinco en los tres, en la intersección entre fresa y mora faltan dos.

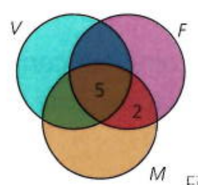


Figura 1.34

- Ubica las demás intersecciones y cuenta el total de elementos en los conjuntos.

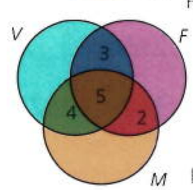


Figura 1.35

R: Solo dos estudiantes no prefieren ninguno de los tres sabores.

4. Comprueba la respuesta

- Verifica que los que prefieren fresa o mora, pero no vainilla, son 17.

Aplica la estrategia

1 En un grupo de 38 aspirantes a un cargo en una empresa extranjera, 19 hablan inglés, 14 hablan francés y 15 hablan alemán. Si 5 hablan inglés y francés; 7, inglés y alemán; 3, francés y alemán, y 2 personas hablan los tres idiomas, ¿cuántas personas hablan solo uno de estos idiomas?

a. Comprende el problema

....

....

b. Crea un plan

....

....

c. Ejecuta el plan

....

....

d. Comprueba la respuesta

....

....

Resuelve otros problemas

2 Si a es un número real, ¿puedes encontrar un valor para el cual a y su recíproco no tengan el mismo signo?

3 La expresión $x = 200 + 5t$ representa la distancia en metros recorrida por un móvil, que realiza un movimiento lineal (t en segundos). ¿Cuánto tiempo mínimo debe transcurrir para que el móvil recorra una distancia no menor a 500 m?

Formula problemas

4 Plantea y resuelve un problema en el cual se utilice la información de la Figura 1.36

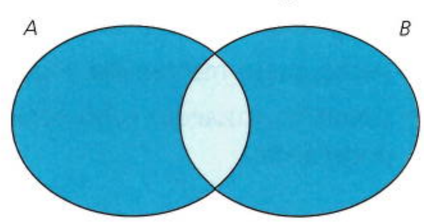


Figura 1.36

Enriquece tu vocabulario

- Busca en el diccionario las palabras unión, intersección y complemento. Escribe su significado en tu cuaderno.

Evaluación del aprendizaje

Conjuntos

Comunicación

1 Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas. VERDADERO/FALSO

a. Un conjunto queda determinado por comprensión si se escriben todos sus elementos.

b. La unión de dos conjuntos es otro al que pertenecen los elementos de ambos conjuntos.

c. La intersección del conjunto vacío con un conjunto unitario es el mismo conjunto unitario.

d. La propiedad que indica la cantidad de elementos de un conjunto se conoce como cardinalidad.

e. La intersección de dos conjuntos unitarios siempre es vacía.

Razonamiento

2 Selecciona cuál de los siguientes diagramas de Venn representa la operación $A \cup B$, dado que $A = \{1, 2, 3, 6, 9\}$ y $B = \{0, 1\}$. SELECCIÓN MULTIPLE

a.

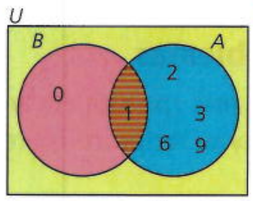


Figura 1.37

b.

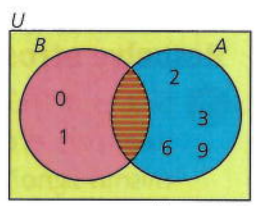


Figura 1.38

c.

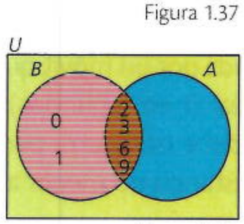


Figura 1.39

d.

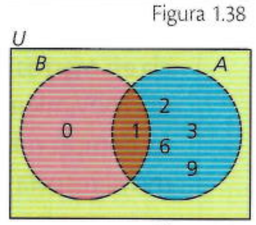


Figura 1.40

3 Escribe los siguientes conjuntos por comprensión. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $A = \{$triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, …$\}$

b. $B = \{$leche, queso, mantequilla, yogur$\}$

c. $C = \{$tetraedro, icosaedro, cubo, octaedro, dodecaedro$\}$

4 Determina algunos elementos de cada conjunto y clasifícalos de acuerdo con la cantidad de elementos.

a. $A = \{x/x$ es un animal mamífero y acuático$\}$

b. $B = \{x/x$ es un natural menor que 0$\}$

ACTIVIDAD DE REFUERZO

Números reales

Razonamiento

ACTIVIDAD PARA COMPLETAR

5 Completa cada oración con los términos dados, de tal forma que las afirmaciones sean verdaderas.

racionales, naturales, infinita,
único, semirrecta, distancia

a. A todo punto de la recta real le corresponde un ☐ número real.

b. El conjunto de números naturales se puede representar con una ☐, tomando la misma ☐ entre cada par de números.

c. El conjunto de números enteros es una ampliación del conjunto de números ☐.

d. Entre cada par de números ☐ siempre hay un número racional.

e. La cantidad de números reales es ☐.

Ejercitación

6 Realiza las operaciones entre números reales expresando el resultado con dos cifras decimales. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\left(\frac{1}{2} + 21{,}67\right)^2$

b. $\pi\left(4 - \sqrt[3]{7}\right) + \left(11\sqrt{2} - 7\right)$

c. $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) - \left(\sqrt{5} + \sqrt{6{,}3^2 + 4{,}9^4}\right)^3$

Desigualdades

Ejercitación

7 Completa con los signos $<$, $>$, o $=$, según sea la relación entre cada par de números. ACTIVIDAD PARA COMPLETAR

a. $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{4}{3}$

b. 33 ☐ 29,01

c. 2,45604 ☐ 2,54604

d. 100 ☐ −10,0003

e. 13,2 ☐ 13,2

f. $\frac{6}{3}$ ☐ $\sqrt{3}$

Razonamiento

8 Ordena de menor a mayor los números de cada conjunto. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, 3, \frac{4}{3}, -1, \frac{7}{4}, 0$

b. $\pi, -2, -2\pi, \sqrt{3}, 6, -8, -\sqrt{2}$

c. $-\sqrt{5}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[3]{8}, -\sqrt{7}$

Intervalos y entornos

Comunicación

9 Representa cada intervalo en la recta numérica y clasifícalo como abierto, cerrado o semiabierto. Luego, exprésalo como conjunto y escribe cinco elementos que pertenezcan a él. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $[3, 18)$

b. $[-\pi, \pi]$

c. $\left(-\dfrac{29}{3}, -2\right)$

d. $(11{,}3; 11{,}4]$

e. $\left(\sqrt{5}, \sqrt{10}\right)$

10 Relaciona cada desigualdad con su respectiva representación gráfica. ACTIVIDAD PARA RELACIONAR

a. $a < x < b$

b. $a \leq x \leq b$

c. $a \leq x < b$

d. $a < x \leq b$

e. $a < x$

f. $b > x$

g. $a \leq x$

h. $b \geq x$

i. $\mathbb{R}$

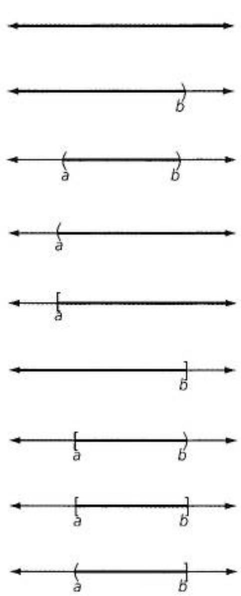


Figura 1.41

Inecuaciones y valor absoluto

Ejercitación

11 Une con una flecha cada inecuación con su correspondiente solución. ACTIVIDAD PARA RELACIONAR

a. $x^2 + 7x > -10$	$x < 5$
b. $-3x + 6 > -9$	$x > 2$
c. $-12x - 8 < 16$	$x < 2$
d. $5x - 29 > 1$	$x > 6$
e. $6x - 3 < 9$	$x < -5$ o $x > -2$

12 Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto y grafica su solución. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $\left|3x + \dfrac{1}{4}\right| > 3$

b. $2\left|x - \dfrac{3}{2}\right| < -1$

c. $\left|6 - \dfrac{1}{6}x\right| > 2$

d. $\left|\dfrac{x}{4}\right| > 15$

e. $|5x + 2| > 2$

13 En cada caso, plantea una inecuación cuya solución sea la que se indica. PREGUNTA ABIERTA

a. $\{x \in \mathbb{R} / x < 1\}$

b. $\{x \in \mathbb{R} / x > \frac{2}{3}\}$

c. $\{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$

d. $\{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 4\}$

e. $\{x \in \mathbb{R} / x < -1\}$

Resolución de problemas

14 A un estudiante le califican sus evaluaciones sobre 100 puntos. Si en seis evaluaciones ha obtenido 97, 98, 89, 80, 99 y 95, ¿cuál debe ser la nota mínima en su siguiente evaluación para obtener un promedio igual o superior a 93? SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

15 La suma de dos números enteros es menor que 100. Si uno de los números es el triple que el otro, ¿cuáles son los valores enteros máximos que satisfacen esta condición? SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

16 Propón una situación que se pueda describir con cada una de las siguientes inecuaciones. PREGUNTA ABIERTA

a. $x - 2 > 5$

b. $4q + 2 < 3$

c. $2c + 4 > 10$

d. $i - 3(i - 1) < 0$

e. $3m + 2 < 10$