



OPERACIONES CON NUMEROS RACIONALES

1. Grafica en la recta numérica las siguientes fracciones propias e impropias:

- | | | |
|---------------------|---------------------|--------------------|
| 1) $\frac{4}{9}$ | 2) $\frac{3}{8}$ | 3) $\frac{7}{12}$ |
| 4) $\frac{5}{10}$ | 5) $\frac{6}{7}$ | 6) $\frac{2}{11}$ |
| 7) $\frac{8}{15}$ | 8) $\frac{1}{13}$ | 9) $\frac{9}{16}$ |
| 10) $\frac{10}{20}$ | 11) $\frac{11}{2}$ | 12) $\frac{12}{5}$ |
| 13) $\frac{7}{3}$ | 14) $\frac{10}{4}$ | 15) $\frac{13}{6}$ |
| 16) $\frac{15}{7}$ | 17) $\frac{12}{8}$ | 18) $\frac{22}{9}$ |
| 19) $\frac{35}{11}$ | 20) $\frac{23}{10}$ | |

2. Simplifica las siguientes fracciones

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1) $\frac{98}{147}$ | 2) $\frac{273}{637}$ | 3) $\frac{332}{415}$ |
| 4) $\frac{285}{513}$ | 5) $\frac{252}{441}$ | 6) $\frac{623}{979}$ |
| 7) $\frac{370}{444}$ | 8) $\frac{2002}{5005}$ | 9) $\frac{3003}{6006}$ |
| 10) $\frac{1212}{1515}$ | 11) $\frac{1503}{2338}$ | 12) $\frac{343}{7007}$ |

3. Realiza los siguientes ejercicios combinados:

- | | |
|---|--|
| 1. $\frac{1}{9} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$ | 2. $\frac{6}{9} + \frac{15}{25} - \frac{8}{15}$ |
| 3. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12}$ | 4. $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$ |
| 5. $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{7}{12}$ | 6. $\frac{11}{15} - \frac{7}{30} + \frac{3}{10}$ |
| 7. $\frac{5}{6} - \frac{1}{90} + \frac{4}{7}$ | 8. $\frac{1}{50} - \frac{2}{75} + \frac{7}{150} - \frac{1}{180}$ |
| 9. $\frac{4}{41} + \frac{7}{82} - \frac{1}{6}$ | 10. $\frac{11}{26} + \frac{9}{91} - \frac{3}{39}$ |
| 11. $\frac{31}{108} - \frac{43}{120} + \frac{59}{150}$ | 12. $\frac{111}{200} + \frac{113}{300} - \frac{117}{400}$ |
| 13. $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{12} - \frac{1}{14}$ | 14. $\frac{2}{40} + \frac{7}{80} - \frac{11}{36} + \frac{13}{72}$ |
| 15. $\frac{7}{12} + \frac{5}{9} - \frac{4}{24}$ | 16. $\frac{7}{20} + \frac{11}{320} + \frac{1}{160} - \frac{3}{80}$ |
| 17. $\frac{13}{2} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64} - \frac{1}{128}$ | 18. $\frac{15}{16} - \frac{1}{48} - \frac{1}{96} - \frac{1}{80}$ |
| 19. $\frac{7}{11} - \frac{1}{121} - \frac{1}{1331} + \frac{1}{6}$ | 20. $3 + \frac{3}{5} - \frac{1}{8}$ |

4. Multiplica las siguientes fracciones.

- | | |
|---|---|
| 1. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$ | 2. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$ |
| 3. $\frac{4}{5} \times \frac{10}{9}$ | 4. $\frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9}$ |
| 5. $\frac{7}{8} \times \frac{16}{21}$ | 6. $\frac{7}{19} \times \frac{19}{13} \times \frac{26}{21}$ |
| 7. $\frac{52}{24} \times \frac{4}{13}$ | 8. $\frac{23}{34} \times \frac{17}{28} \times \frac{7}{69}$ |
| 9. $\frac{18}{15} \times \frac{90}{36}$ | 10. $\frac{90}{15} \times \frac{41}{108} \times \frac{34}{82}$ |
| 11. $\frac{21}{22} \times \frac{11}{49}$ | 12. $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{1}{8}$ |
| 13. $\frac{13}{4} \times \frac{72}{39}$ | 14. $\frac{7}{8} \times \frac{8}{11} \times \frac{22}{14} \times \frac{1}{4}$ |
| 15. $\frac{24}{102} \times \frac{51}{72}$ | 16. $\frac{5}{6} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{14} \times \frac{1}{5}$ |
| 17. $\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{4}$ | 18. $\frac{3}{5} \times \frac{17}{19} \times \frac{5}{34} \times \frac{38}{75}$ |
| 19. $3\frac{1}{6} \times 2\frac{4}{19}$ | 20. $2\frac{5}{6} \times 3\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{17}$ |

5. Divide las siguientes fracciones:

- | | | |
|---|---------------------------------------|--|
| 1. $\frac{3}{4} \div \frac{4}{3}$ | 2. $\frac{6}{11} \div \frac{5}{22}$ | 3. $\frac{11}{14} \div \frac{7}{22}$ |
| 4. $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$ | 5. $\frac{7}{8} \div \frac{14}{9}$ | 6. $\frac{3}{8} \div \frac{5}{6}$ |
| 7. $\frac{8}{9} \div \frac{4}{3}$ | 8. $\frac{5}{12} \div \frac{3}{4}$ | 9. $\frac{19}{21} \div \frac{38}{7}$ |
| 10. $\frac{30}{14} \div \frac{3}{82}$ | 11. $\frac{21}{30} \div \frac{6}{7}$ | 12. $\frac{104}{105} \div \frac{75}{36}$ |
| 13. $\frac{50}{61} \div \frac{25}{183}$ | 14. $\frac{72}{91} \div \frac{6}{13}$ | 15. $8 \div \frac{1}{2}$ |
| 16. $\frac{81}{97} \div 18$ | 17. $15 \div \frac{3}{4}$ | 18. $\frac{11}{12} \div 44$ |
| 19. $9 \div \frac{2}{3}$ | 20. $\frac{50}{73} \div 14$ | |

6. Calcula el valor de las siguientes potencias:

- | | | |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $(-3)^4$ | b) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ | c) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ |
| d) 7^0 | e) $(-1)^{45}$ | f) $(-1)^{54}$ |
| g) -5^4 | h) $(-5)^4$ | i) $(-5)^{-4}$ j) 8^{-2} |



COLEGIO SAN RAFAEL I. E. D.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE BOGOTÁ, D. C.
Resoluciones de Aprobación: Primaria 5581- 97 y Bachillerato 4876 de 11-07-01
CÓDIGOS: DANE 11100113173, NIT: 830.064.875-3
Calle 42B Sur No.78 - I - 05, Telefax: 273 4729



k) $\left(\frac{7}{2}\right)^1$ l) $\left(\frac{7}{2}\right)^{-1}$ m) $\left(\frac{7}{2}\right)^0$
n) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ o) $\left(\frac{5}{2}\right)^4$ p) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-4}$

7. De un depósito de agua se consume el lunes 1/10, el martes 3/10 y el miércoles 2/10. ¿Cuántos décimos quedan para el resto de la semana?
8. Juan y Marta tienen que hacer un trabajo de 24 páginas. Juan hace 1/3 del trabajo y Marta $\frac{1}{2}$.
 - a) ¿Cuántas páginas ha hecho cada uno?
 - b) ¿Qué fracción del trabajo han hecho entre los dos?
 - c) ¿Qué fracción del trabajo les queda por hacer?
9. Calcula el dinero obtenido por la venta de 2/3 de 6000 kilogramos de arroz a 0,90 euros el kilogramo.
10. La edad de Ignacio es igual a la cuarta parte de la edad de su padre menos dos años. Si el padre tiene 44 años, ¿cuántos años tiene Ignacio?
11. De una cosecha de 3400 kg de melocotones, 2/5 se dedican a fabricar mermelada y el resto se vende a 0,72 euros el kilogramo. Calcula:
 - a) Los kilogramos dedicados a fabricar mermelada.
 - b) El dinero obtenido por la venta.
12. Mi hermano pequeño ha comprado un ordenador y un amigo le ha regalado 42 juegos. De estos juegos, los 2/3 son de acción, 2/7 son juegos de estrategias y rol, y el resto de cultura general. ¿Cuántos juegos le regaló de cada tipo exactamente?
13. Dividiendo una fracción entre 2/5 se obtiene 45/28. Calcula dicha fracción.
14. Entre una viuda y sus dos hijos se repartió, como herencia, un terreno de labranza de 540 Ha. A la señora le correspondieron los 2/3 del total y a cada uno de los hijos, 1/2 del resto.
 - a) ¿Cuántas Ha de terreno le tocaron a la madre y cuántas a cada hijo?

- b) ¿Qué fracción de la totalidad obtuvieron cada uno de los chicos?
 - c)
 - d) ¿Y entre los dos?
15. Dos quintas partes de los libros de la biblioteca son de aventuras y tres séptimas partes son de consulta. ¿Qué fracción representan los libros de aventuras y de consulta juntos?
 16. Tres cuartas partes de los alumnos del colegio de Marcos tienen el pelo oscuro y un tercio de esos alumnos tienen los ojos verdes. ¿Qué fracción del total representan los alumnos que tienen el pelo oscuro y los ojos verdes?
 17. Por la mañana, Ángel ha pintado 3/5 de la valla de su casa, y por la tarde, la mitad de lo que le quedaba. ¿Qué fracción de la valla ha pintado por la tarde?
 18. Andrés tiene que repartir 16 botellas de zumo de $\frac{3}{4}$ de litro cada una en vasos de 1/5 de litro. ¿Cuántos vasos llenará?

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Escribe cada número en notación científica.
 - a. 58 934 000 000
 - b. 0,00026
 - c. 97 000 000 000
 - d. 396 000 000 000
 - e. 0,0419
 - f. 215 000
 - g. 0,000000000325
 - h. 921 560 000 000
 - i. 0,0000000659
 - j. 634 000 000
- 2 Escribe cada número en notación decimal.
 - a. $6,278 \cdot 10^{-10}$
 - b. $6 \cdot 10^{12}$
 - c. $9,999 \cdot 10^{-9}$
 - d. $2,721 \cdot 10^8$
 - e. $7,1 \cdot 10^{14}$
 - f. $8,55 \cdot 10^{-3}$
 - g. $45,678 \cdot 10^{-5}$
 - h. $3,19 \cdot 10^4$
- 3 Utiliza la notación científica, las propiedades de las potencias y la calculadora para obtener el resultado de las siguientes operaciones.
 - a. $(7,2 \cdot 10^{-9})(1,806 \cdot 10^{-12})$
 - b. $\frac{(3,542 \cdot 10^{-6})^9}{(5,05 \cdot 10^4)^{12}}$
 - c. $\frac{(0,0000162)(0,01582)}{(594 621 000)(0,0058)}$
 - d. $\frac{(73,1)(1,6341 \cdot 10^{28})}{(0,0000000019)}$
 - e. $(7,2 \cdot 10^{24})(8,61 \cdot 10^{19})$

Comunicación

- 4 Completa la Tabla 1.11.

Objeto	Radio en metros	
	Decimal	N. científica
La Luna	1 740 000	
Átomo de plata		$1,25 \cdot 10^{-10}$
Huevo de pez globo	0,0028	
Júpiter		$7,149 \cdot 10^7$
Átomo de aluminio	0,000000000182	
Marte		$3,397 \cdot 10^6$

Tabla 1.11

Resolución de problemas

- 5 Si la velocidad de la luz es $3 \cdot 10^8$ m/seg, ¿cuánto tarda en recorrer 15 km?
- 6 Un bebé recién nacido tiene cerca de 26 000 000 000 células. Un adulto tiene cerca de $4,94 \cdot 10^{13}$ células. ¿Cuántas células más tiene un adulto que un recién nacido? Escribe la respuesta en notación científica.
- 7 El área total de terreno en la Tierra es aproximadamente $6 \cdot 10^7$ millas cuadradas. El área total de terreno de Australia es cerca de $3 \cdot 10^6$ millas cuadradas. Aproximadamente, ¿cuántas veces es mayor el área total del terreno en la Tierra que en Australia?

Evaluación del aprendizaje

- ✓ Analiza y responde.
 - a. ¿Cuál de las siguientes medidas no se debería escribir en notación científica: número de estrellas en una galaxia, número de granos de arena en una playa, velocidad de un carro, o población de un país?
 - b. ¿El número $0,9 \cdot 10^{-5}$ está escrito correctamente en notación científica? ¿Por qué?
 - c. ¿Qué diferencia hay en el exponente de la potencia de 10 cuando escribes un número entre 0 y 1 en notación científica y cuando escribes un número mayor que 1 en notación científica?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

La población mundial actual es de aproximadamente 7 300 000 000 y se estima que en el 2030 será de 8 500 000 000. Escribe estos valores en notación científica.

- Menciona los tipos de relaciones que permiten que la población mundial crezca cada año.

1

Sistemas de medida internacional y anglosajón. Conversiones

Saberes previos

Con una botella de capacidad 5 L y otra de capacidad 3 L, ¿cómo puedes medir exactamente 4 L?

Analiza

Manuel llenó el tanque de su automóvil con diez galones de gasolina para salir de viaje. Si en el recorrido gastó 35,2 L, ¿cuántos galones de gasolina le quedan en el tanque?



Conoce

Para saber cuántos galones de gasolina sobraron es necesario convertir los litros de gasolina que consumió el automóvil a galones, teniendo en cuenta que 1 galón equivale a 3,785 L.

$$35,2 \text{ L} \cdot \frac{1 \text{ gal}}{3,785 \text{ L}} = 9,30 \text{ gal}$$

Para determinar los galones de gasolina sobrantes se debe hallar la diferencia entre los galones iniciales y los galones consumidos.

$$10 \text{ gal} - 9,30 \text{ gal} = 0,7 \text{ gal}$$

Quedaron 0,7 galones de gasolina al finalizar el recorrido.

Un sistema de unidades es un conjunto consistente, uniforme y estandarizado de unidades de medida como el sistema internacional y el sistema inglés.

1.1 Unidades de medida del sistema internacional y del sistema inglés

En la Tabla 3.1 se presentan algunas unidades básicas de cada uno de estos sistemas con sus equivalencias.

Sistema internacional		Sistema inglés	
Magnitud	Unidad básica	Unidad básica	Equivalencias
Longitud	Metro (m)	Pulgada (in)	1 in = 2,54 cm
		Pie (ft)	1 ft = 30,48 cm
		Yarda (yd)	1 yd = 0,914 m
		Milla (mi)	1 mi = 1,609 km
Masa	Kilogramo (kg)	Libra (lb)	1 lb = 453,6 g
		Onza (oz)	1 oz = 28,35 g
		Tonelada (t)	1 t = 907,2 kg
Capacidad	Litro (L)	Galón (gal)	1 gal = 3,785 L
		Cuarto de galón (qt)	1 qt = 946,4 mL
		Pie cúbico (ft³)	1 ft³ = 28,32 L

Tabla 3.1

Ejemplo 1

En una carrera atlética Jorge recorrió 80,6 ft y Andrés recorrió 56 yd. ¿Quién recorrió la mayor distancia?

Jorge	Andrés
$80,6 \text{ ft} \cdot \frac{30,48 \text{ cm}}{1 \text{ ft}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 24,57 \text{ m}$	$56 \text{ yd} \cdot \frac{0,914 \text{ m}}{1 \text{ yd}} = 51,20 \text{ m}$

Andrés recorrió la mayor distancia en la carrera atlética.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Expresa en kilogramos cada masa.
 ▲ a. 753 lb b. 9 435 g c. 87,3 oz d. 4,86 t
- 2 Expresa en metros cada longitud.
 ▲ a. 166 in b. 370 ft c. 28 yd d. 0,77 mi
- 3 Expresa en litros las siguientes capacidades.
 ▲ a. 15 gal b. 3 qt
 c. 0,12 ft³ d. 5 qt

Comunicación

- 4 Responde las siguientes preguntas.
 ◆ a. ¿Qué es más pesado, 5 toneladas de plumas o 4536 kg de hierro?
 b. ¿Cuántos miligramos hay en 0,82 oz?
 c. ¿Cuántos gramos hay en 0,012 t?
 d. ¿Cuántos centímetros hay en 2 ft?

Razonamiento

- 5 Encierra en un círculo del mismo color las medidas equivalentes.

1,47 m	60 g	1,6 yd	2 gal
19,05 cm	340,2 kg	84,96 L	7,5 in
7,6 L	3 ft	2,12 oz	750 lb

Resolución de problemas

- 6 En la Tabla 3.2 se presentan las cantidades de alcohol necesarias para preparar diferentes perfumes. ¿Cuántos gramos de alcohol se deben emplear en la preparación de cada perfume?

Perfume	Onzas de alcohol	Gramos de alcohol
Perfume 1	0,78	
Perfume 2	1,74	
Perfume 3	2,85	

Tabla 3.2

- 7 Se requiere llenar un tanque con 250 000 mL de agua. El tanque tiene un volumen de 8,33 ft³. ¿Cuántos mL de agua puede almacenar el tanque? ¿Tiene el tanque la capacidad para almacenar toda el agua?

Evaluación del aprendizaje

- ✓ La Figura 3.1 corresponde al recorrido de un automóvil de una ciudad a otra. Lee la bitácora de viaje (informe que el conductor entrega a la empresa sobre el recorrido) e interpreta la gráfica para contestar las preguntas.

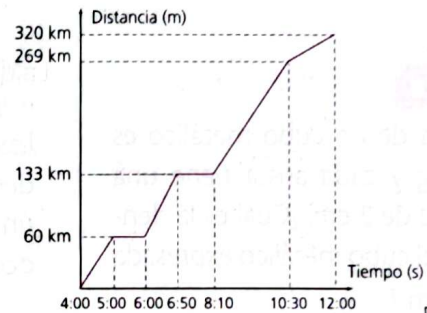


Figura 3.1

Bitácora de viaje

- Salí de Bogotá el miércoles 13 de abril a las 4:00 de la mañana.
- Me detuve solo dos veces, la primera para cargar diésel y la segunda para almorzar.
- En mi recorrido un tramo de la carretera estaba en reparación.

- a. ¿De cuántos metros fue el recorrido?
 b. ¿Cuántos minutos duró el recorrido?
 c. ¿Cuánto tiempo se detuvo en cada parada?
 d. ¿Cuántas millas recorrió el automóvil durante las dos primeras horas?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

Se cree que el sistema inglés de medidas surgió en la edad media, ya que algunas medidas como el pie, la braza y el codo, fueron adoptadas tomando como base ciertas partes del cuerpo. Consulta acerca de otras unidades de medida utilizadas en la edad media. ¿Qué inconvenientes presentaban estas unidades en las relaciones culturales de las personas?

2

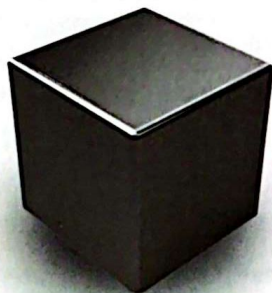
Magnitudes físicas

Saberes previos

Para ir al colegio desde su casa, Juan cuenta 867 pasos y Ana, 933 cuartas. Si el paso de Juan mide 25 cm y la cuarta de Ana mide 13 cm. ¿Quién recorrió la mayor distancia?

Analiza

La masa de un cubo metálico es 0,255 kg y cada arista tiene una longitud de 2 cm. ¿Cuál es la densidad del cubo metálico expresada en kg/cm³?



Conoce

Para determinar la densidad del cubo metálico es necesario conocer su masa y su volumen. Primero, se halla el volumen teniendo en cuenta que $V = a^3$, donde a es la arista del cubo.

$$V = (2 \text{ cm})^3 = 8 \text{ cm}^3$$

$$\text{Densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{0,255 \text{ kg}}{8 \text{ cm}^3} = 0,032 \text{ kg/cm}^3$$

La densidad del cubo es 0,032 kg/cm³.

Las **magnitudes** son atributos con los que se miden determinadas propiedades físicas. Existen **magnitudes escalares** que son aquellas determinadas por un valor numérico y una unidad de medida, y las **magnitudes vectoriales**, donde se especifica además de un valor numérico, la dirección y el sentido.

2.1 Unidades de medida de magnitudes físicas

En la Tabla 3.3 se presentan las fórmulas con las que se determinan algunas de las magnitudes físicas y sus unidades de medida.

Magnitud	Fórmula	Unidad Básica
Densidad	$d = \frac{m}{v}$, donde m es masa y v es volumen	kg/cm ³
Rapidez media	Rapidez = $\frac{d}{t}$, donde d es distancia y t es tiempo	m/s
Aceleración	$\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$, donde $\vec{v}$ es la velocidad y t es tiempo	m/s ²
Fuerza	$F = m \cdot \vec{a}$, donde m es masa y a es aceleración	N = kg · m/s ²
Trabajo	$W = F \cdot d$, donde F es fuerza y d es distancia	J = N · m, donde J es julios
Potencia	$P = \frac{W}{t}$, donde W es trabajo realizado y t es tiempo	W = J/s, donde W es vatios
Energía potencial	$E_p = m \cdot g \cdot h$, donde m es la masa, g es la gravedad y h es la altura.	$J = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$, donde J es Julios.
Energía cinética	$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, donde m es la masa y v es la velocidad.	

Tabla 3.3

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 En la Tabla 3.4 se relacionan la masa y el volumen de diferentes sustancias. A partir de la información, determina la densidad de cada una en g/cm^3 .

Sustancia	Masa (g)	Volumen (cm^3)	Densidad (g/cm^3)
A	8,33	2,29	
B	5,25	4,88	
C	11,53	6,28	
D	43,07	11	
E	50	6,26	

Tabla 3.4

Resolución de problemas

- Una ambulancia se mueve con una velocidad de 180 km/h. Si tiene que recorrer una autopista recta de 90 km, ¿qué tiempo necesita para llegar a su destino?
- ¿Qué distancia puede recorrer un corredor en 2,5 horas si su rapidez media es 3,35 m/s?
- Un automóvil inicia su recorrido con una velocidad de 70 km/h y luego de 55 segundos alcanza una velocidad de 180 km/h. Determina la aceleración del automóvil.
- Un cuerpo metálico con masa de 800 kg acelera a razón de $2,5 \text{ m/s}^2$. ¿Qué fuerza lo impulsó?
- ¿Qué masa debe tener un cuerpo para que una fuerza de 450 N lo acelere a razón de 10 m/s^2 ?
- ¿Qué trabajo hizo una persona para arrastrar un baúl al que se le aplica una fuerza de 5 N si recorrió 100 m?
- Calcula la potencia de una máquina que ejecuta un trabajo de 2 300 julios en 35 s.

Evaluación del aprendizaje

- i La Figura 3.2 presenta la relación entre la masa y el volumen de tres sustancias diferentes.

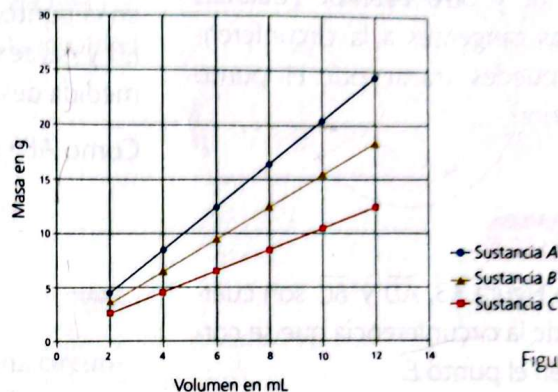


Figura 3.2

- ¿Cuál es la densidad de cada sustancia?
- ¿Qué volumen tiene 20 g de la sustancia A?

- ii Resuelve cada situación.

- Un automóvil recorre una pista de carreras que tiene 200 km de largo y vuelve al mismo en el que partió. Si demora 4 horas en hacer el recorrido, ¿cuál es su rapidez media?
- Una patrulla de policía aumenta su velocidad de 0 a 30 m/s en 15 segundos. ¿Cuál es su aceleración?
- Calcula el trabajo y la potencia de un motor que desplaza un objeto a 75 m en 12 segundos empleando una fuerza de 300 N.
- Calcula la masa de un cuerpo que situado a una altura de 20 metros tiene una energía potencial de 700 J.

Estilos de vida saludable

La frecuencia cardíaca depende del estado de salud, de la edad, del esfuerzo físico, entre otras y se puede ver alterada por el consumo de sustancias psicoactivas.

- Determina tu frecuencia cardíaca en diferentes actividades. Arma una tabla y compara las medidas.

4

Medidas de tendencia central

Saberes previos

Un vendedor de jugos de naranja vende en promedio 50 vasos de jugo al día. ¿Qué significado tiene el término "promedio" en la expresión anterior?

Analiza

En la Tabla 4.10, se registró el número de llamadas diarias recibidas en cierta estación de bomberos durante la primera semana del año.

Día	Número de llamadas (x_i)
Lunes	12
Martes	16
Miércoles	31
Jueves	25
Viernes	34
Sábado	21
Domingo	19
	158

Tabla 4.10

- ¿Cuál fue el promedio de llamadas diarias recibidas durante esa semana en la estación?

Conoce

4.1 Media aritmética

Para calcular el promedio o la media aritmética, de las llamadas recibidas en la estación de bomberos durante esa semana, se suman los datos y el resultado se divide por la cantidad total de datos. Es decir:

$$\bar{x} = \frac{158}{7} = 22,6$$

Por lo tanto, el promedio de llamadas diarias recibidas durante esa semana fue aproximadamente, de 23 llamadas.

La **media aritmética** (denotada $\bar{x}$) de una variable, es el cociente entre la suma de todos los valores x_i de la misma y la cantidad total N de estos.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

4.2 Media aritmética para datos agrupados

Para calcular la media aritmética de un conjunto de datos agrupados en clases, se determina el cociente de la suma de los productos de cada marca de clase x_i y su correspondiente frecuencia f_i dividido entre el total de los datos, N .

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N}$$

Ejemplo 1

En un puesto de control de una autopista, se registraron las velocidades de algunos vehículos que transitaron durante cierto día de la semana. Observa la Tabla 4.11.

Para determinar el promedio de las velocidades:

Velocidad (km/h)	Número de vehículos (f_i)
[100, 110)	15
[110, 120)	35
[120, 130)	25
[130, 140)	10

Tabla 4.11

- Primero, se calculan las marcas de clase o los puntos medios de los intervalos de clase, es decir, x_i en la Tabla 4.12.
- Luego, se multiplican por su respectiva frecuencia y se divide la suma de estos resultados entre el total de los datos.

$$\bar{x} = \frac{105 \cdot 15 + 115 \cdot 35 + 125 \cdot 25 + 135 \cdot 10}{15 + 35 + 25 + 10} = \frac{10075}{85} = 118,5 \text{ km/h}$$

La velocidad promedio a la que transitaron ese día los 5 vehículos que se registraron fue de 118,5 km/h.

Velocidad (km/h)	Marca de clase (x_i)	Número de vehículos (f_i)
[100, 110)	105	15
[110, 120)	115	35
[120, 130)	125	25
[130, 140)	135	10

Tabla 4.12

4.3 Moda y clase modal

La **moda** (M_o) de una variable estadística es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia absoluta.

Si los datos están agrupados en clases, se toma como valor aproximado de la moda, la **marca de la clase modal**.

Una distribución puede tener una moda (**unimodal**), dos modas (**bimodal**), tres modas (**trimodal**), etc. Si todos los valores se repiten el mismo número de veces, se considera que la distribución no tiene moda.

Ejemplo 2

Tomás encuestó a sus compañeros de clase para determinar el tiempo, en minutos, que dedican a estudiar en casa y registró los datos en la Tabla 4.13. Se observa que la clase con mayor frecuencia es [35, 45). Esta se denomina **clase modal**, y significa que entre los compañeros de Tomás son más los que dedican entre 35 y 45 minutos a estudiar en casa.

Tiempo (min)	Número de estudiantes
[15, 25)	3
[25, 35)	8
[35, 45)	10
[45, 55)	8
[55, 65)	8
[65, 75)	3

Tabla 4.13

4.4 Mediana y clase mediana

La **mediana** (M_e) de una variable estadística es el valor de la variable tal que el número de valores menores que él es igual al número de valores mayores que él.

La mediana depende del orden de los datos y no de su valor.

Ejemplo 3

Para calcular la mediana de la distribución de velocidades de la Tabla 4.14, se agrega una columna F_i con las frecuencias absolutas acumuladas (Tabla 4.15) y se calcula la mitad de los datos. Así: $\frac{101}{2} = 50,5$ vehículos.

Velocidad (km/h)	x_i	f_i	F_i
[90, 100)	95	16	16
[100, 110)	105	15	31
[110, 120)	115	35	66
[120, 130)	125	25	91
[130, 140)	135	10	101
		101	

Tabla 4.15

Velocidades de los vehículos que transitan en una autopista

Velocidad (km/h)	x_i	Número de vehículos f_i
[90, 100)	95	16
[100, 110)	105	15
[110, 120)	115	35
[120, 130)	125	25
[130, 140)	135	10
		101

Tabla 4.14

La clase mediana es [110, 120), porque allí $F_i > 50,5$. El valor aproximado de la mediana es la marca de clase del intervalo de la mediana. Es decir, $M_e \approx \frac{110 + 120}{2}$. Por lo tanto, $M_e \approx 115$ km/h.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Halla la media aritmética de los resultados registrados en la Tabla 4.16 referentes a la longitud de salto de un grupo de atletas.

Salto (m)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)
Número de atletas	6	12	15	4

Tabla 4.16

Razonamiento

- 2 Averigua el dato que falta en la siguiente distribución para que la media sea 18.

7 12 15 22 23 28 32

- 3 Responde estas preguntas.

- a. ¿Es posible que la media no coincida con ningún valor de la variable? ¿Esto es posible con la moda?
- b. ¿Por qué en la Tabla 4.17 la mediana resulta poco significativa?

x_i	3	12	2000
f_i	50	1	50

Tabla 4.17

Resolución de problemas

- 4 Al lanzar un dado 60 veces se registraron los siguientes resultados de menor a mayor.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

- a. ¿Cuál es el resultado obtenido con mayor frecuencia?
- b. ¿Cuál es el promedio de los resultados?
- c. Si se lanza una vez más el dado, ¿cuál es el resultado más probable?

- 5 Halla las medidas de tendencia central de la distribución de la Figura 4.13 y describe la relación que hay entre ellas.

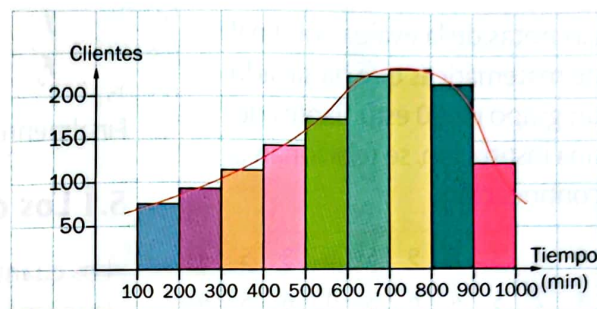


Figura 4.13

- 6 En una encuesta sobre movilidad, se preguntó a 1000 conductores acerca del número de multas recibidas que ha sido mayor o igual que 0 y menor o igual que 5.

Número de conductores	210	260	150	190	100	90
Número de multas	0	1	2	3	4	5

Tabla 4.18

- a. ¿Cuál es el dato central de la distribución?
- b. ¿Cuál es la moda de los datos?
- c. ¿Cuál es el promedio de multas recibidas por los conductores encuestados?

Evaluación del aprendizaje

- ✓ Se registró el número de horas que 20 trabajadores dejaron de asistir a la oficina por problemas de salud el año pasado. Los datos obtenidos fueron estos:

0	3	4	8	10
12	12	15	15	17
19	21	21	23	25
26	32	33	40	60

- a. ¿Cuál es el número de horas de absentismo laboral que ocurrió con mayor frecuencia?
- b. ¿Cuál fue el promedio de horas no trabajadas en este grupo de personas?